

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение Терского района
«Средняя общеобразовательная школа № 4»

Принята на заседании
педагогического совета
Протокол №1 от 30.08.2023

Утверждена приказом
директора МБОУ СОШ №4
№ 144 от 30.08.2023

**Рабочая программа элективного курса
«Алгебра плюс: элементарная алгебра с точки зрения
высшей математики»
10-11 класс**

Программу разработали
учителя математики
Кадышкина Мария Олеговна

**Пгт Умба
2023– 2024 учебный год**

1. Планируемые результаты изучения курса

Общеинтеллектуальные умения:

- умение анализировать различные задачи и ситуации, выделять главное, достоверное в той или иной информации;
- владение логическим, доказательным стилем мышления;
- умение логически обосновывать свои суждения;
- умение конструктивно подходить к предлагаемым задачам;
- умение планировать и проектировать свою деятельность,
- проверять и оценивать ее результаты. Общекультурные компетенции:
 - понимание элементарной математики как неотъемлемой части математики, методы которой базируются на многих разделах математики высшей;
 - понимание роли элементарной математики в развитии математики, роли математиков в развитии современной элементарной математики; восприятие математики как развивающейся фундаментальной науки, являющейся неотъемлемой составляющей науки, цивилизации, общечеловеческой культуры во взаимосвязи и взаимодействии с другими областями мировой культуры.

Предметные умения:

- умение проводить логически грамотные преобразования выражений и эквивалентные преобразования алгебраических задач (уравнений, неравенств, систем, совокупностей);
- умение использовать основные методы при решении алгебраических задач с различными классами функций (рациональными и иррациональными алгебраическими), в том числе: методы замены, разложения, подстановки.

После изучения курса учащиеся должны знать:

- Основные свойства числовых неравенств и методы их решения;
- Основные методы нахождения корней многочленов различных степеней;
- Рациональные алгебраические уравнения и неравенства и методы их решения;
- Виды рациональных алгебраических систем, методы решений и способы оценки решений;
- Представления об иррациональных алгебраических функциях и их свойствах;
- Различные методы решения задач с параметрами.

После изучения курса учащиеся должны уметь:

- Выполнять деление многочленов, разложение на множители, находить корни многочленов 3 и 4 степени;
- Решать методом интервалов рациональные и иррациональные неравенства;
- Решать системы с двумя и тремя неизвестными;
- Выполнять графическую интерпретацию полученных решений;
- Решать несложные уравнения с модулями и параметрами.

2. Содержание курса.

Тема 1. Логика алгебраических задач.

1. Элементарные алгебраические задачи как предложения с переменными
2. Множество решений задачи. Следование и равносильность задач.
3. Уравнения с переменными. Числовые неравенства и неравенства с переменными. Свойства числовых неравенств.
4. Сложные алгебраические задачи. Конъюнкция и дизъюнкция предложений. Системы и совокупности задач.
5. Алгебраические задачи с параметрами.
6. Логические задачи с параметрами. Задачи на следование и равносильность.
7. Интерпретация задач с параметрами на координатной плоскости.

Тема2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения

Представление о целых рациональных алгебраических выражениях. Многочлены над полями \mathbb{R}, \mathbb{Q} и над кольцом \mathbb{Z} . Степень многочлена. Кольца многочленов.

1. Делимость и деление многочленов с остатком. Алгоритмы деления.
2. Теорема Безу. Корни многочлена. Следствия из теоремы Безу, теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов. Кратные корни.
3. Полностью разложимые многочлены и система Виета. Обобщенная теорема Виета.
4. Элементы перечислительной комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения. Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.
5. Квадратный трехчлен: линейная замена, корни, разложение, теорема Виета.
6. Квадратичные неравенства: метод интервалов и схема знаков квадратного трехчлена.
7. Кубические многочлены: теорема о существовании корней у полинома нечетной степени. Угадывание корней и разложение.
8. Куб суммы и разности. Линейная замена и укороченное кубическое уравнение. Формула Кардано.
9. Графический анализ кубического уравнения $x^3 - ax - b$. Неприводимый случай (три корня) и необходимость комплексных чисел.
10. Уравнения степени 4. Биквадратные уравнения. Представление о методе замены.
11. Линейная замена, основанная на методе симметрии.
12. Угадывание корней. Разложение. Метод неопределенных коэффициентов. Схема разложения Феррари.
13. Полиномиальные уравнения высших степеней. Понижение степени заменой и разложением. Теоремы о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.
14. Приемы установления рациональности и иррациональности чисел.

Тема3. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства.

1. Представления о рациональных алгебраических выражениях. Симметрические, кососимметрические и возвратные многочлены и уравнения.
2. Дробно-рациональные алгебраические уравнения и методы их решения.
3. Метод замены при решении дробно-рациональных алгебраических уравнений.
4. Дробно-рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупностям систем.

5. Метод интервалов при решении дробно-рациональных алгебраических неравенств.
6. Метод оценки. Использование монотонности. Метод замены при решении неравенств.
7. Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости. Стандартные неравенства. Метод областей.

Тема4. Рациональные алгебраические системы.

1. Уравнения с несколькими переменными. Рациональные уравнения с двумя переменными. Однородные уравнения с двумя переменными.
2. Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки. Метод исключения переменной. равносильные линейные преобразования систем.
3. Однородные системы уравнений с двумя переменными.
4. Замена переменных в системах уравнений.
5. Симметрические выражения от двух переменных. Теорема Варинга-Гаусса о представлении симметрических многочленов через элементарные. Рекуррентное представление сумм степеней через элементарные симметрические многочлены от двух переменных.
6. Системы Виета и симметрические системы с двумя переменными.
7. Метод разложения при решении систем.
8. Методы оценок и итераций при решении систем уравнений.
9. Оценка значений переменных.
10. Сведение уравнений к системам.
11. Системы с тремя переменными. Основные методы.

Тема5. Иррациональные алгебраические задачи.

1. Представление об иррациональных алгебраических функциях. Понятия арифметического и алгебраического корней. Иррациональные алгебраические выражения и уравнения.
2. Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной с ограничениями.
3. Неэквивалентные преобразования. Сущность проверки.
4. Метод эквивалентных преобразований уравнений с квадратными радикалами.
5. Сведение иррациональных и рациональных уравнений к системам.
6. Освобождение от кубических радикалов.
7. Метод оценки. Использование монотонности и однородности.
8. Иррациональные алгебраические неравенства.
9. Эквивалентные преобразования неравенств. Стандартные схемы освобождения от радикалов в неравенствах.
10. Дробно-иррациональные неравенства. Сведение к совокупностям систем.
11. Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Определение промежутков знакопостоянства непрерывных функций. Метод интервалов при решении иррациональных неравенств.
12. Замена при решении иррациональных неравенств.
13. Использование монотонности и оценок при решении неравенств.
14. Уравнения с модулями. Методы решения.

15. Неравенства с модулями. Методы решения.
16. Эквивалентные замены разностей модулей в разложенных и дробных неравенствах. («правило знаков»)
17. Иррациональные алгебраические системы. Основные приемы.
18. Смешанные системы с двумя переменными.

Тема 6. Алгебраические задачи с параметрами.

2. Аналитический подход к задаче с параметрами. Описание множества решений в задаче с параметрами.
3. Рациональные задачи с параметрами. Запись ответов.
4. Иррациональные задачи с параметрами. «Собирание ответов».
5. Задачи с модулями и параметрами. Критическое значение параметра.
6. Метод интервалов в задачах с параметром.
7. Замена в задачах с параметром.
8. Метод разложения в задачах с параметрами. Разложение с помощью разрешения относительно параметра.
9. Системы с параметрами.
10. Применение метода координат в задачах с параметрами.
11. Применение производной при анализе и решении задач с параметрами.

3. Календарно-тематическое планирование.

10 класс

<u>Тема 1. Логика алгебраических задач. (6 часов)</u>	
Элементарные алгебраические задачи как предложения с переменными Множество решений задачи. Следование и равносильность задач.	1ч
Уравнения с переменными. Числовые неравенства и неравенства с переменными. Свойства числовых неравенств.	1ч
Сложные алгебраические задачи. Конъюнкция и дизъюнкция предложений. Системы и совокупности задач.	1ч
Алгебраические задачи с параметрами. Интерпретация задач с параметрами на координатной плоскости.	1ч
Логические задачи с параметрами. Задачи на следование и равносильность.	1ч
Интерпретация задач с параметрами на координатной плоскости.	1ч
<u>Тема 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения. (12 часов)</u>	
Представление о целых рациональных алгебраических выражениях. Многочлены над полями R, Q и над кольцом Z . Степень многочлена. Кольца многочленов. Делимость и деление многочленов с остатком. Алгоритмы деления.	1ч

Теорема Безу. Корни многочлена. Следствия из теоремы Безу, теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов. Кратные корни.	1ч
Полностью разложимые многочлены и система Виета. Обобщенная теорема Виета.	1ч
Элементы перечислительной комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения. Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.	1ч
Квадратный трехчлен: линейная замена, корни, разложение, теорема Виета.	1ч
Квадратичные неравенства: метод интервалов и схема знаков квадратного трехчлена.	1ч
Кубические многочлены: теорема о существовании корней у полинома нечетной степени. Угадывание корней и разложение. Куб суммы и разности.	1ч
Линейная замена и укороченное кубическое уравнение. Формула Кардано. Графический анализ кубического уравнения $x^3 - ax - b$. Неприводимый случай (три корня) и необходимость комплексных чисел.	1ч
Уравнения степени 4. Биквадратные уравнения. Представление о методе замены.	1ч
Линейная замена, основанная на методе симметрии. Приемы установления рациональности и иррациональности чисел.	1ч
Угадывание корней. Разложение. Метод неопределенных коэффициентов. Схема разложения Феррари.	1ч
Полиномиальные уравнения высших степеней. Понижение степени заменой и разложением. Теоремы о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.	1ч
Тема3. Рациональные алгебраические системы.(15часов)	
Уравнения с несколькими переменными. Рациональные уравнения с двумя переменными.	1ч
Однородные уравнения с двумя переменными.	1ч
Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки.	1ч
Метод исключения переменной. Равносильные линейные преобразования систем.	1ч
Однородные системы уравнений с двумя переменными.	1ч
Замена переменных в системах уравнений.	1ч
Симметрические выражения от двух переменных. Теорема Варинга-Гаусса о представлении симметрических многочленов через элементарные.	1ч
Реккурентное представление сумм степеней через элементарные симметрические многочлены от двух переменных.	1ч
Системы Виета и симметрические системы с двумя переменными.	1ч
Метод разложения при решении систем.	1ч
Методы оценок и итераций при решении систем уравнений.	1ч
Оценка значений переменных.	1ч

Сведение уравнений к системам.	1ч
Системы с тремя переменными. Основные методы.	1ч
Метод Гаусса при решении систем.	1ч
Обобщение и повторение курса.	1ч
	ИТОГО: 34 ч.

11 класс

<u>Тема1. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства.(6часов)</u>	
Представления о рациональных алгебраических выражениях. Симметрические, кососимметрические и возвратные многочлены и уравнения.	1ч
Дробно-рациональные алгебраические уравнения и методы их решения. Метод замены при решении дробно-рациональных алгебраических уравнений.	1ч
Дробно-рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупностям систем	1ч
Метод интервалов при решении дробно-рациональных алгебраических неравенств.	1ч
Метод оценки. Использование монотонности. Метод замены при решении неравенств.	1ч
Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости. Стандартные неравенства. Метод областей.	1ч
<u>Тема2. Алгебраические задачи с параметрами.(12часов)</u>	
Аналитический подход к задаче с параметрами. Описание множества решений в задаче с параметрами.	1ч
Рациональные задачи с параметрами. Запись ответов.	1ч
Иррациональные задачи с параметрами. «Собирание ответов».	1ч
Задачи с модулями и параметрами. Критическое значение параметра.	1ч
Метод интервалов в задачах с параметром	1ч
Замена в задачах с параметром.	1ч
Метод разложения в задачах с параметрами. Разложение с помощью разрешения относительно параметра.	1ч
Системы с параметрами	1ч
Применение метода координат в задачах с параметрами	1ч
Применение производной при анализе и решении задач а параметрами.	1ч
Решение задач с параметрами из материалов ЕГЭ	1ч
Решение задач с параметрами из материалов ЕГЭ	1ч
<u>Тема3. . Иррациональные алгебраические задачи.(12часов)</u>	
Представление об иррациональных алгебраических функциях. Понятия арифметического и алгебраического корней.	1ч

Иррациональные алгебраические выражения и уравнения. Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной с ограничениями.	
Неэквивалентные преобразования. Сущность проверки. Метод эквивалентных преобразований уравнений с квадратными радикалами.	1ч
Сведение иррациональных и рациональных уравнений к системам. Освобождение от кубических радикалов.	1ч
Метод оценки. Использование монотонности и однородности. Иррациональные алгебраические неравенства.	1ч
Эквивалентные преобразования неравенств. Стандартные схемы освобождения от радикалов в неравенствах.	1ч
Дробно-иррациональные неравенства. Сведение к совокупностям систем.	1ч
Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Определение промежутков знакопостоянства непрерывных функций.	1ч
Метод интервалов при решении иррациональных неравенств. Замена при решении иррациональных неравенств.	1ч
Использование монотонности и оценок при решении неравенств. Уравнения с модулями. Методы решения.	1ч
Неравенства с модулями. Методы решения.	1ч
Эквивалентные замены разностей модулей в разложенных и дробных неравенствах. («правило знаков»)	1ч
Иррациональные алгебраические системы. Основные приемы. Смешанные системы с двумя переменными.	1ч
<u>Повторение курса (4 часа)</u>	
Рациональные уравнения и неравенства	1ч
Алгебраические задачи с параметрами	1ч
Иррациональные алгебраические задачи	1ч
Обобщение и повторение курса. Тестовые задания.	1ч
	ИТОГО: 34 ч.

